

Hálózatok: új nyelv a tudományban

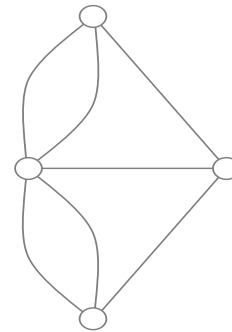
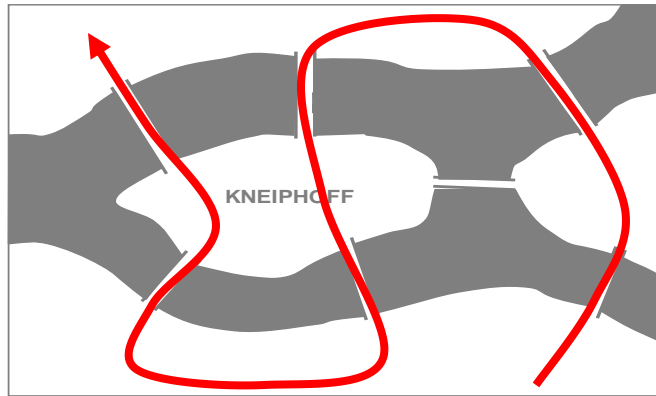
LOVÁSZ LÁSZLÓ

Eötvös Loránd Tudományegyetem

lovasz@cs.elte.hu

<http://www.cs.elte.hu/~lovasz>

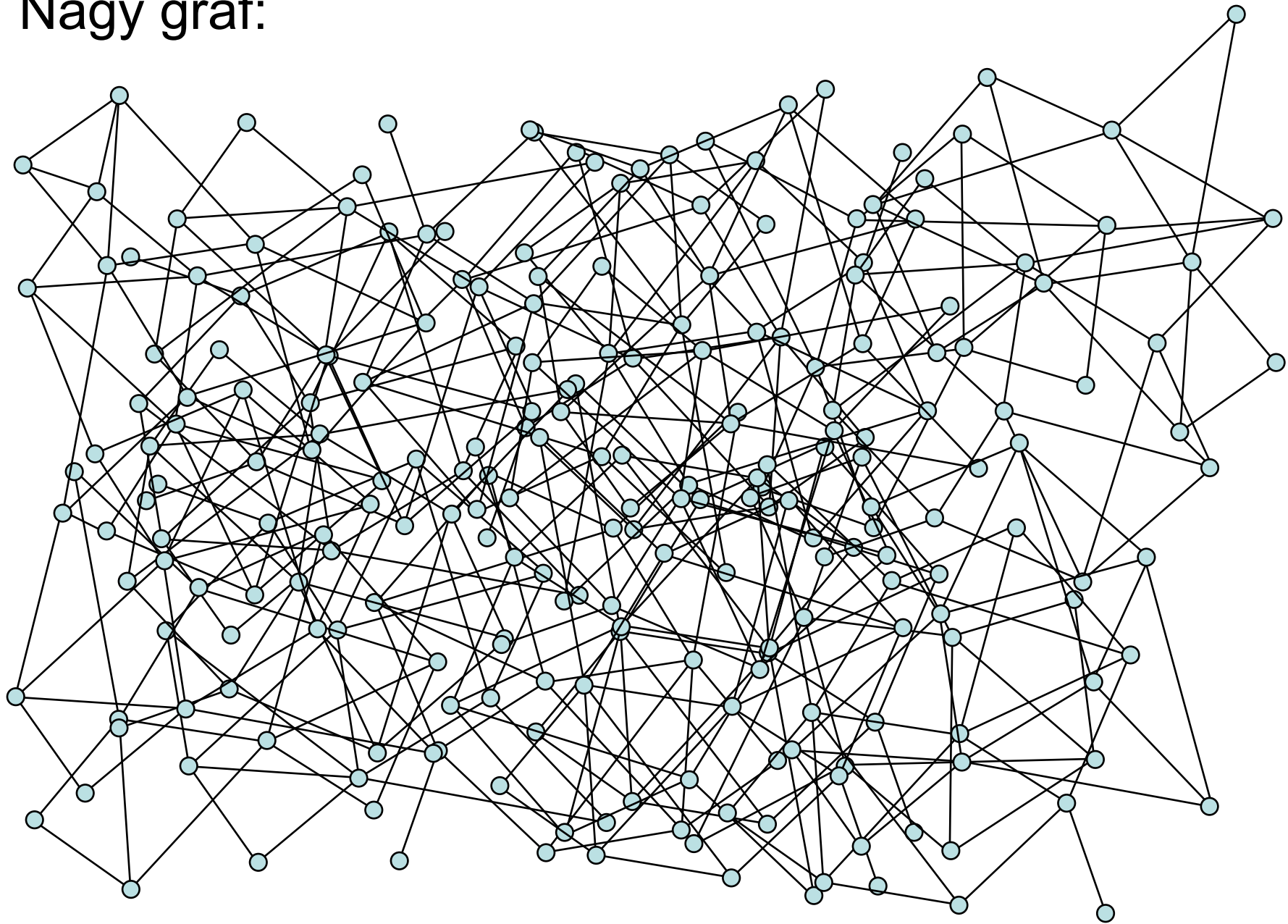
Königsbergi hidak (1736)



L. Euler

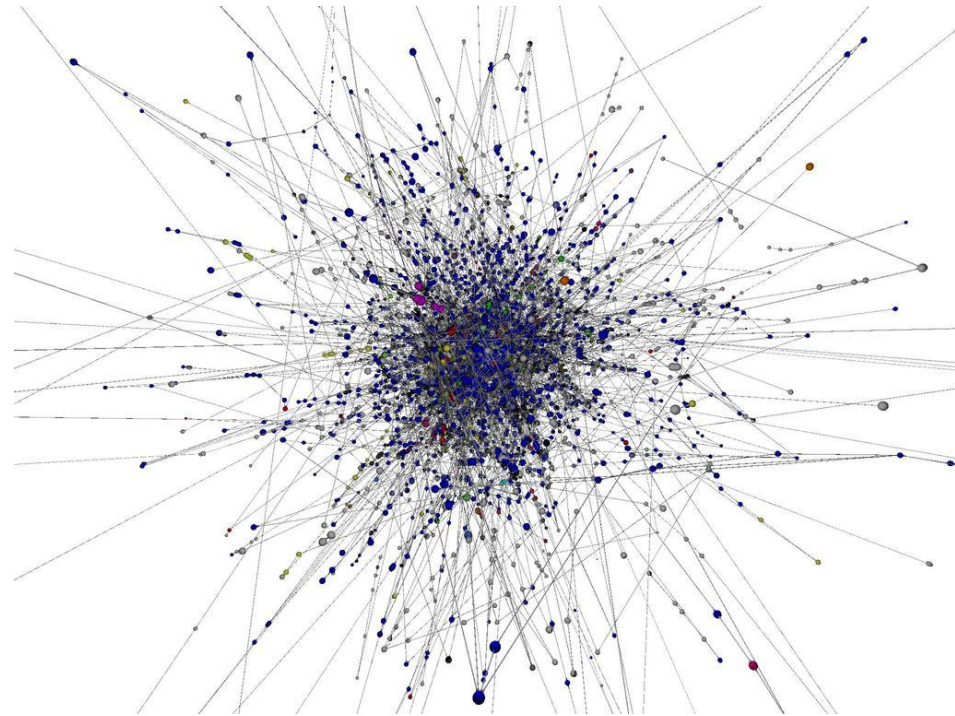
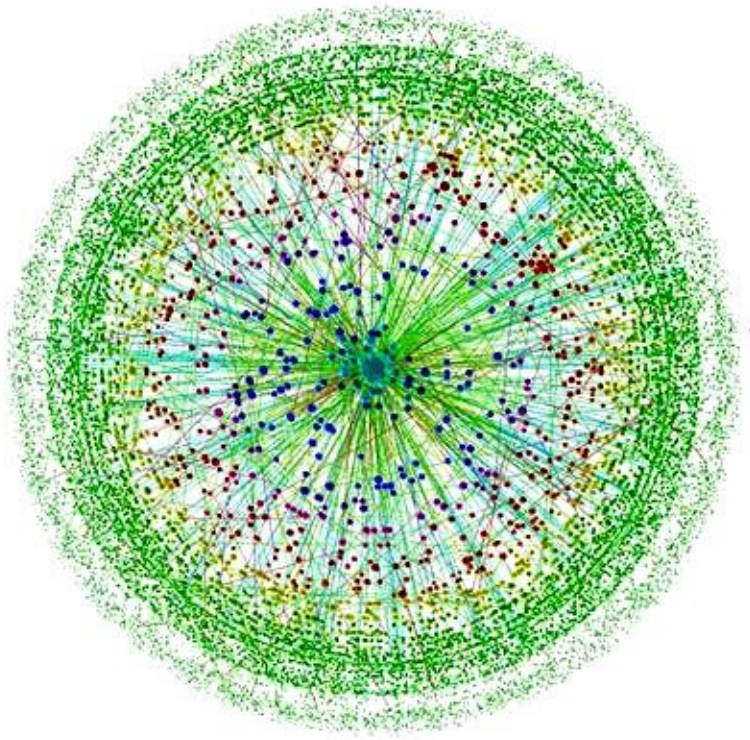
Le lehet-e ezt rajzolni a ceruza felemelése nélkül?

Nagy gráf:



Nagyon nagy gráf:

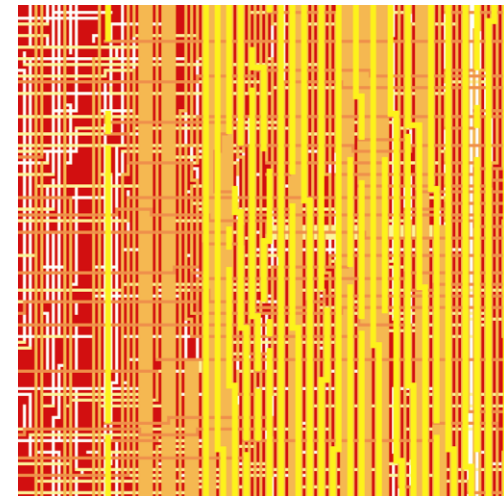
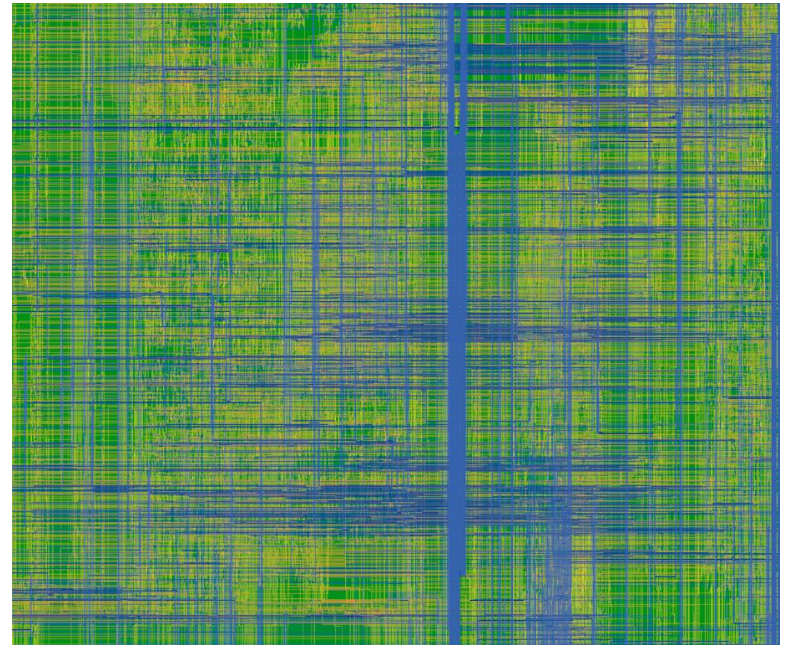
– internet



- internet
- szociális hálózatok

demo

- internet
- szociális hálózatok
- ökológiai hálózatok
- chip tervezés



- internet
- szociális hálózatok
- ökológiai hálózatok
- chip tervezés
- kristályok
- agy

Új matematikai
nyelv a tudományokban

Mit mondhat róla a matematika?

Milyen tulajdonságokat vizsgáljunk?

-A csúcsok száma páros-e vagy páratlan?

-Milyen sűrű (átlagos fokszám)?

-Összefüggő-e?

Véletlen gráfok

1959

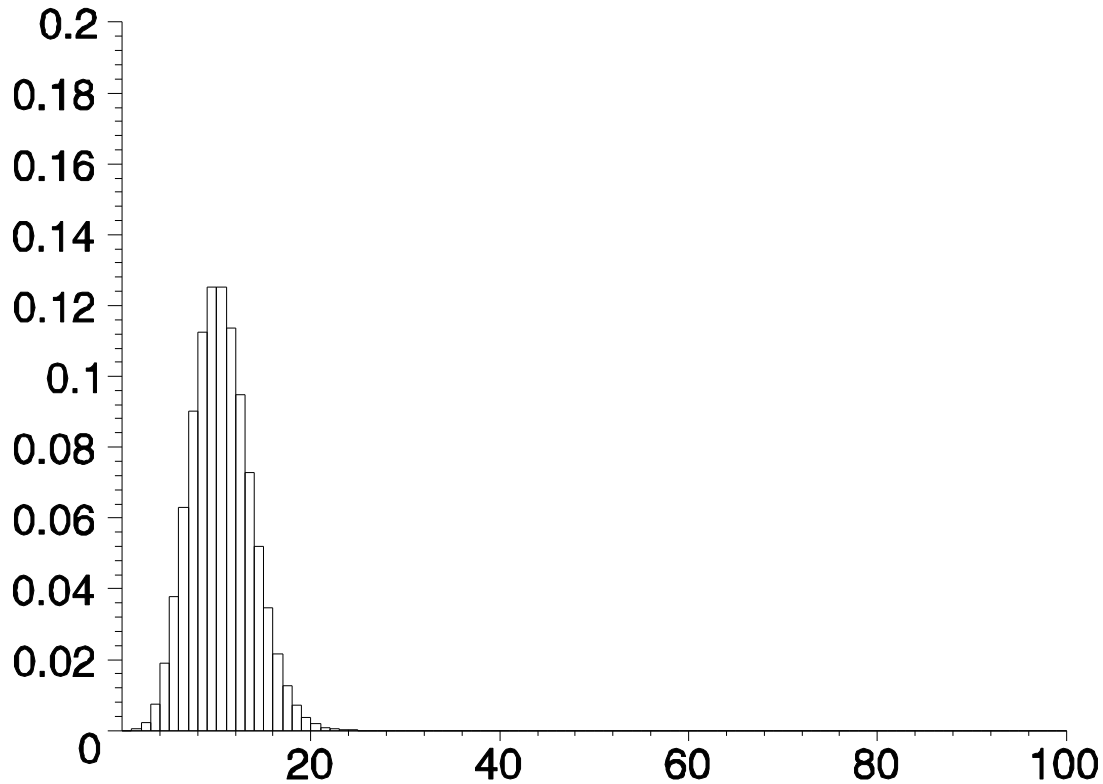
Erdős-Rényi véletlen gráf:

- n csúcs
- bármely kettőt p valószínűséggel kötünk össze, egymástól függetlenül



Erdős-Rényi gráf-e az internet, a WWW, stb?

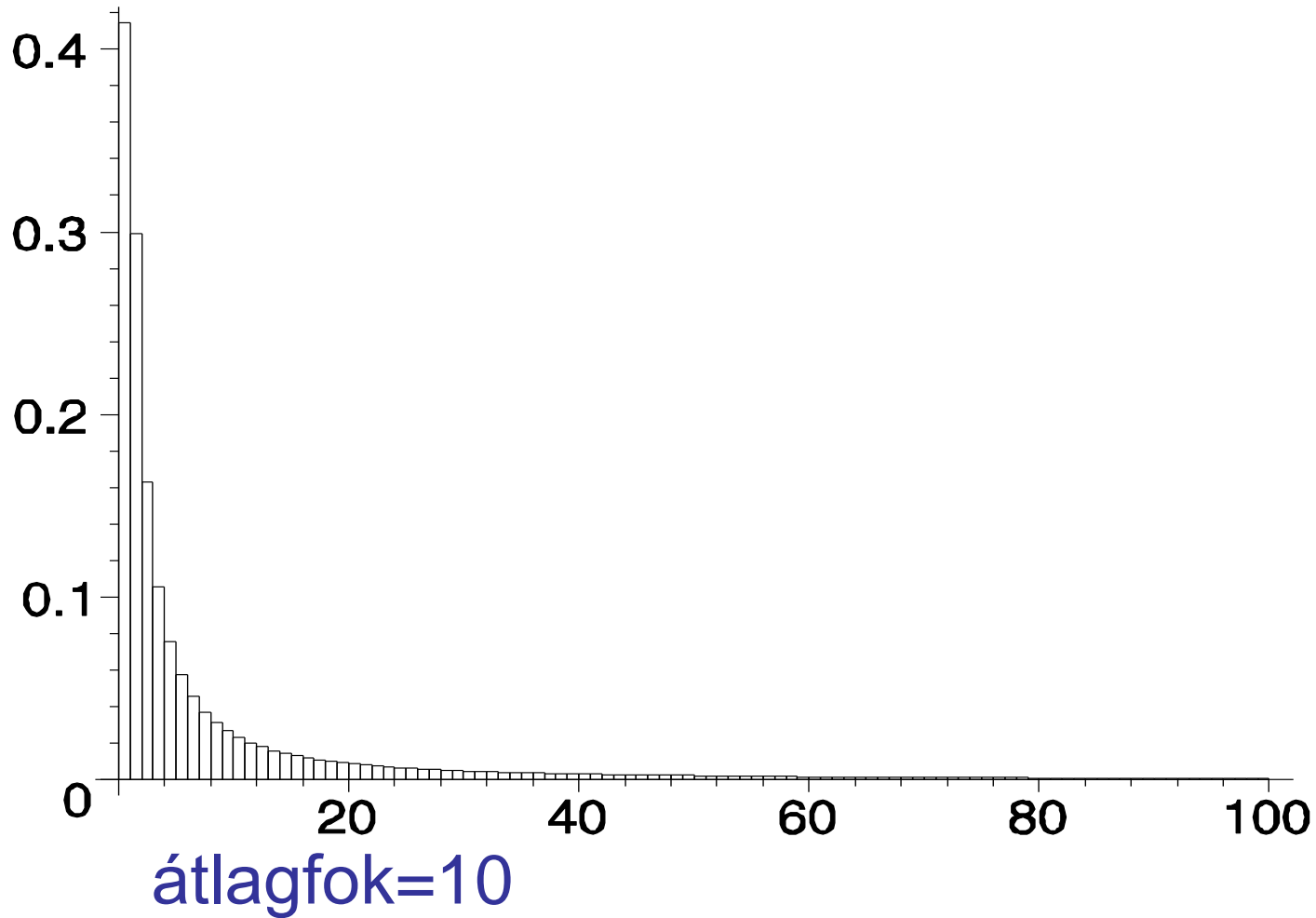
Véletlen gráf fokszámainak eloszlása:



átlagfok=10

$$p = \frac{10}{n}$$

Való életbeli gráf fokszámainak eloszlása:

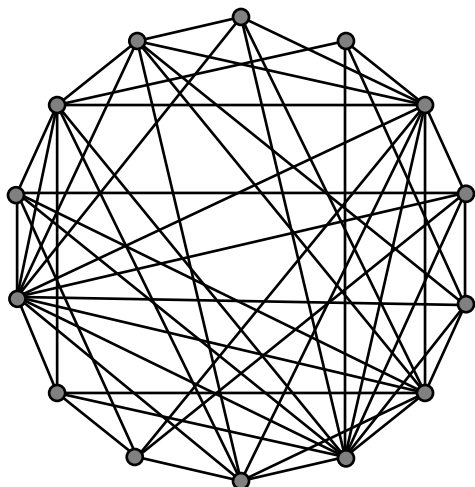


Albert - Barabási gráfok:

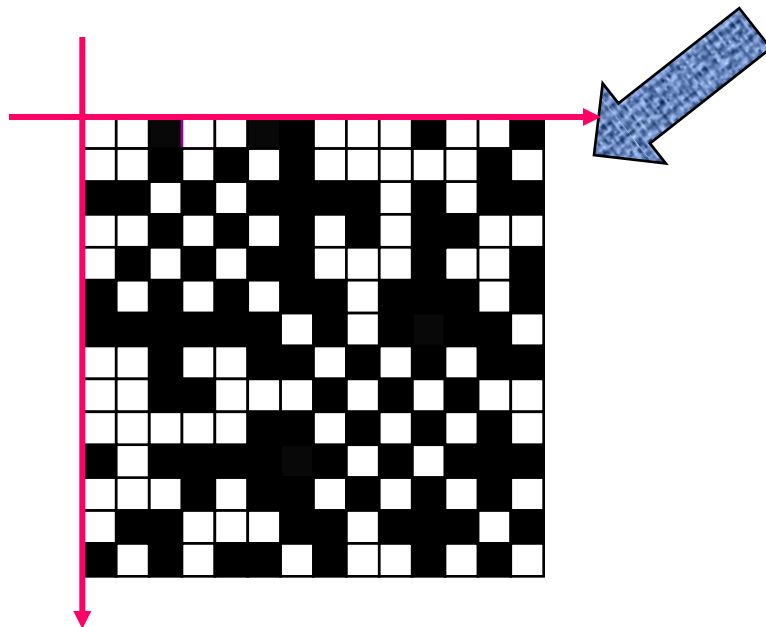
- minden lépésben új csúcs születik;
- kiválaszt d régi csúcsot a fokszámaikkal arányos valószínűséggel, és élekkel odaköt.

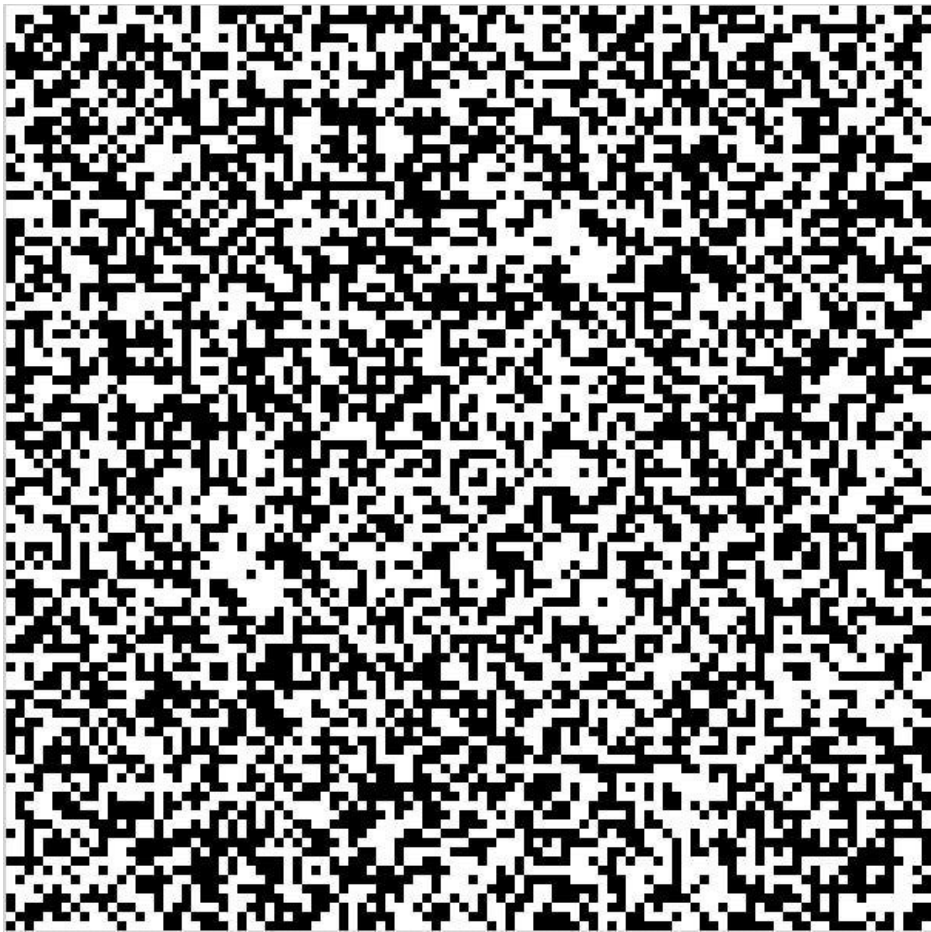
Sok más növekvő modell van.

Pixel ábrázolás

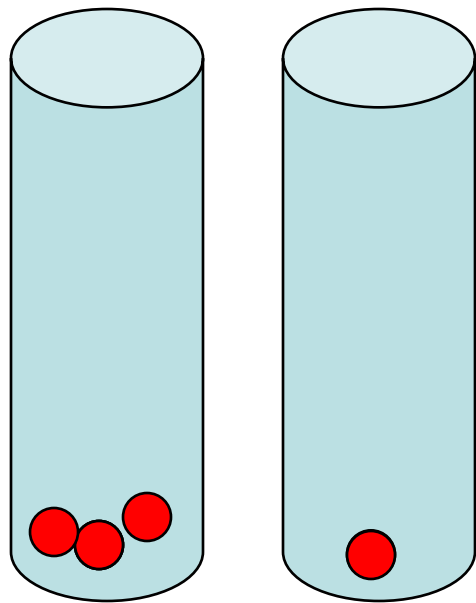
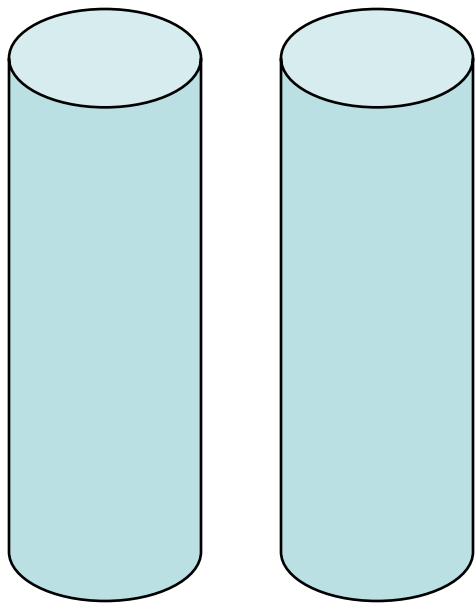
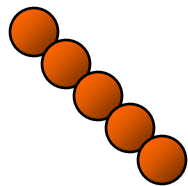
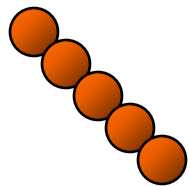


```
0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1
0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 1 0 1 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1
0 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0
0 1 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1
1 0 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1
1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 1 0
0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1
0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0
0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0
1 0 1 1 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1
0 0 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0
0 1 1 0 0 0 1 1 0 1 1 1 0 1
1 0 1 0 1 1 0 1 0 0 1 0 1 0
```



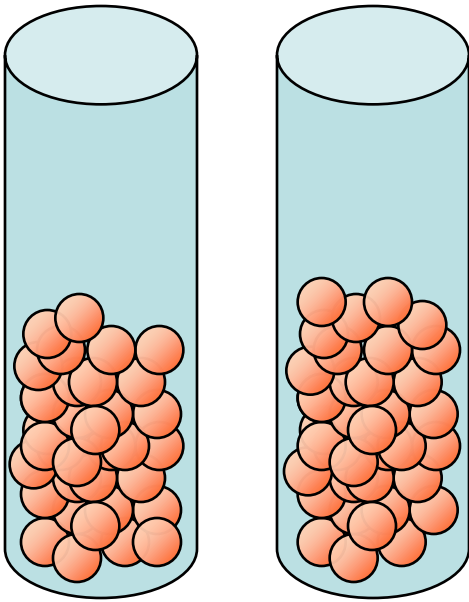


Véletlen gráf 100 csúccsal
és 2500 éllel

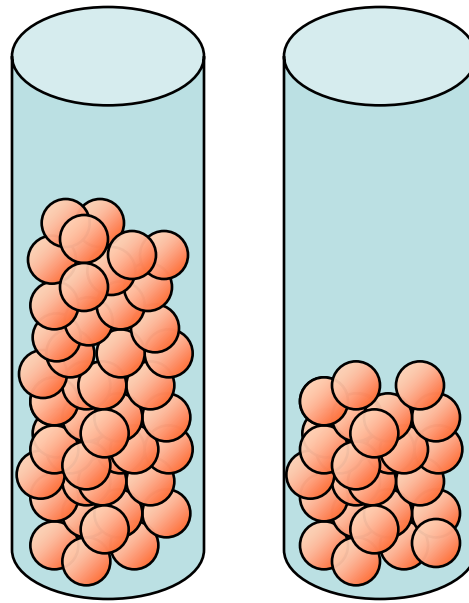


Közönséges urna

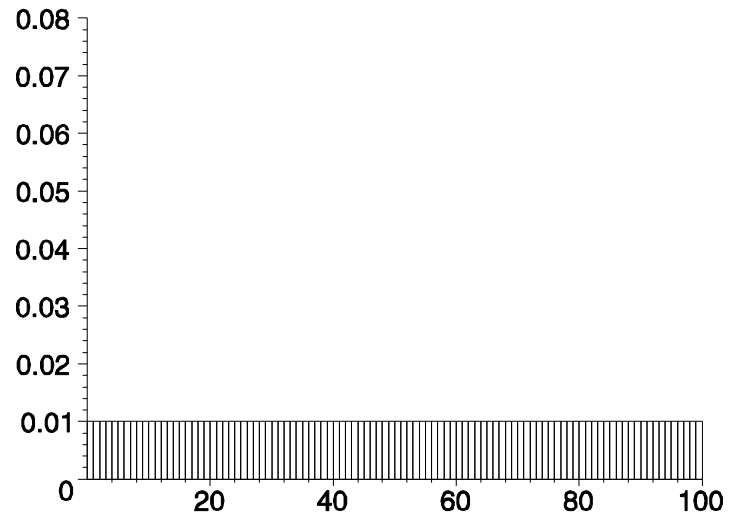
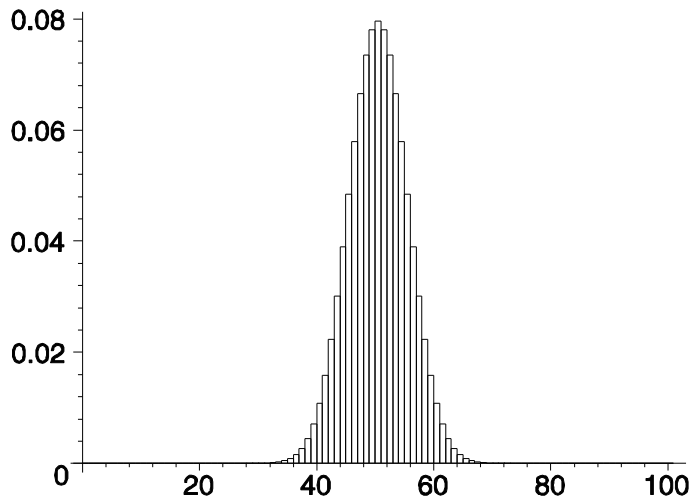
Pólya urna

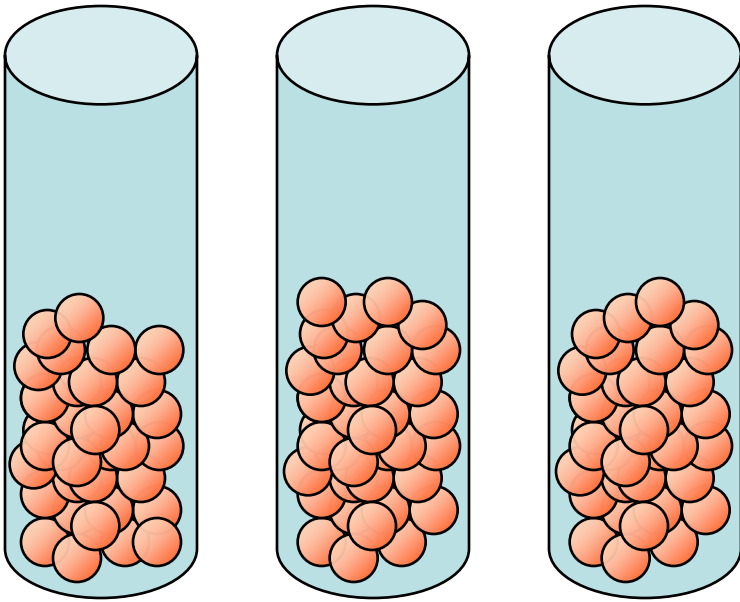


Közönséges urna

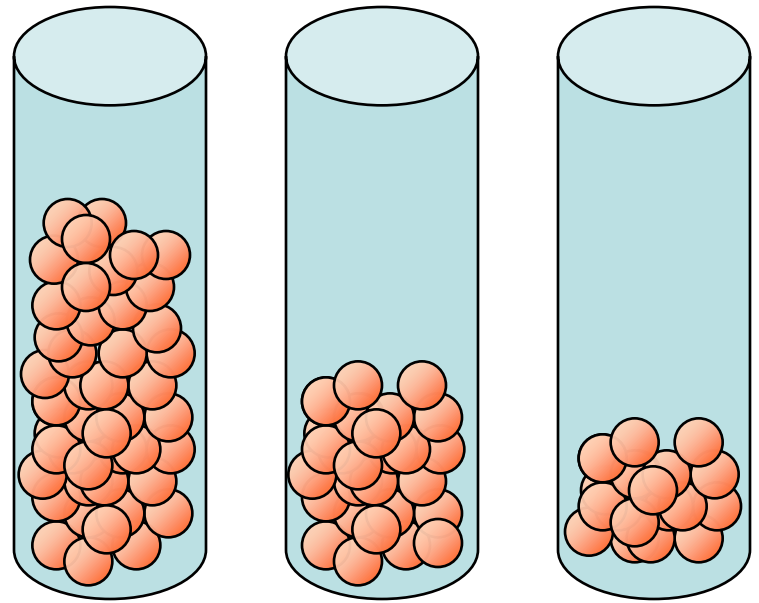
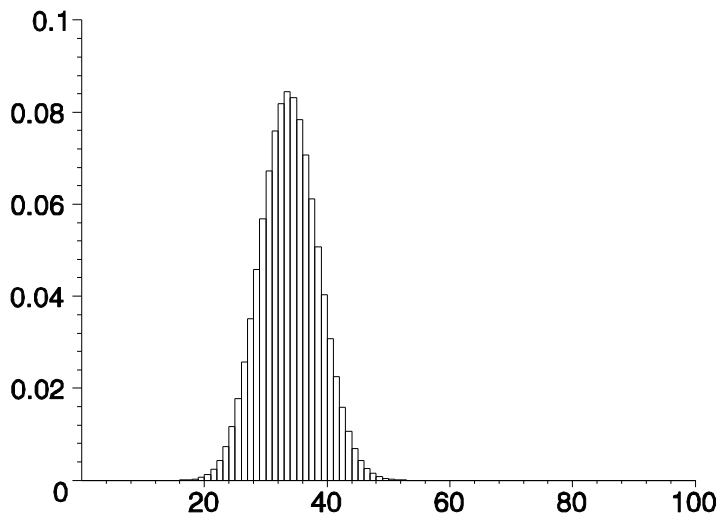


Pólya urna

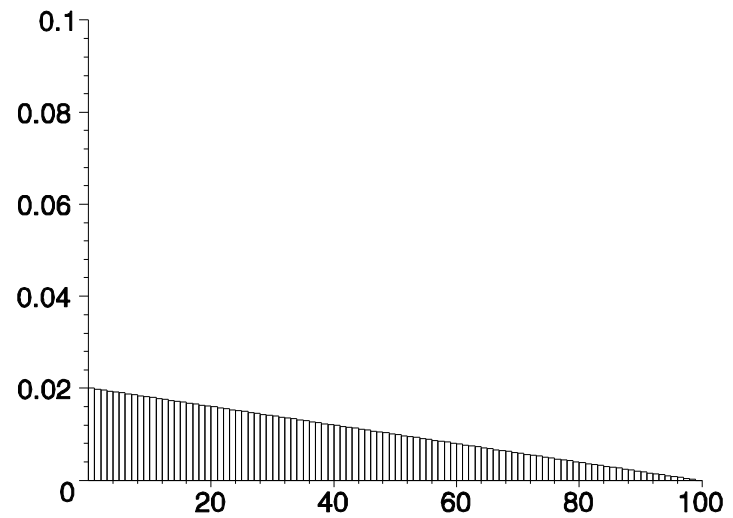


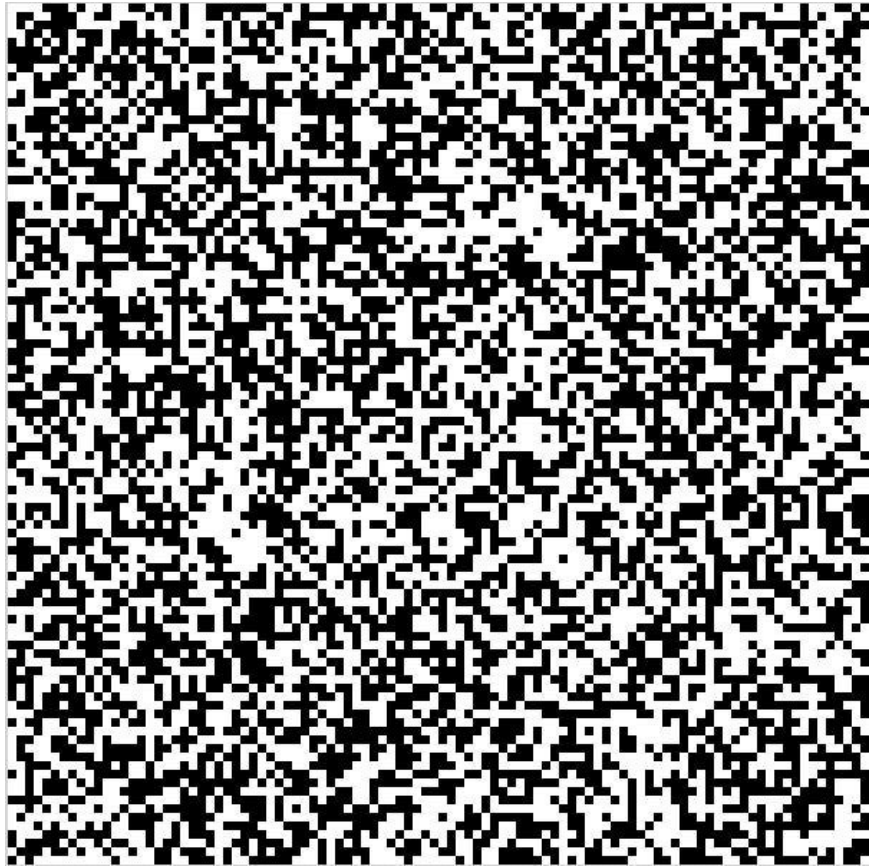


Közönséges urna



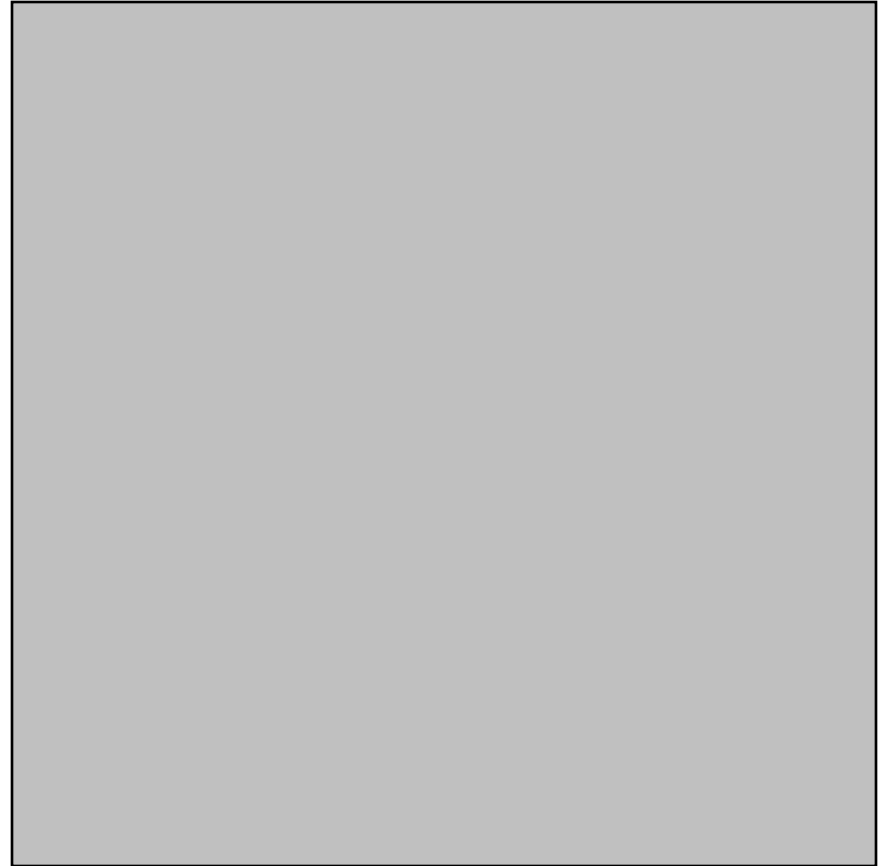
Pólya urna



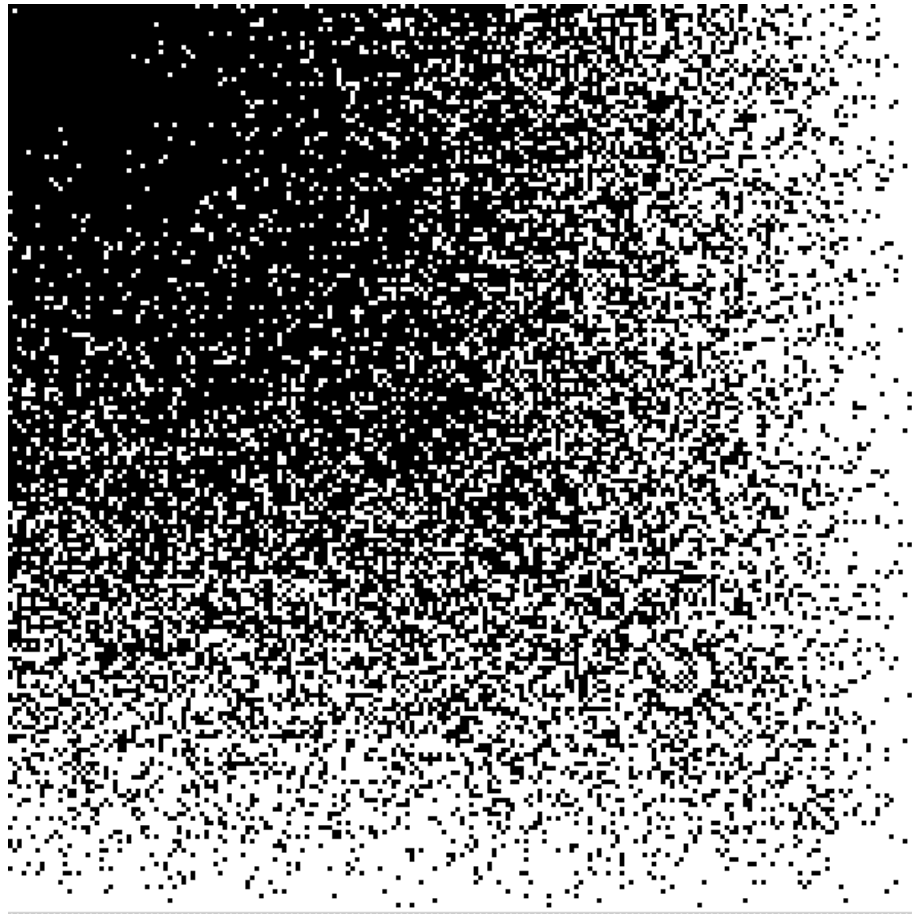


Véletlen gráf

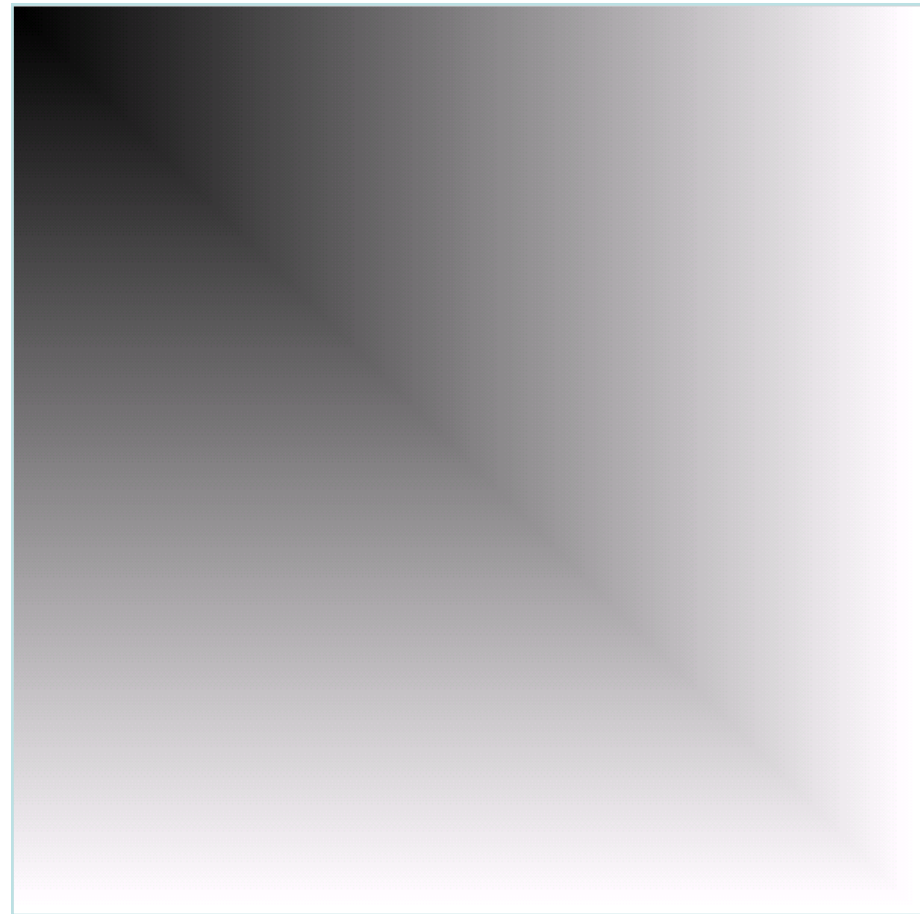
100 csúccsal, 2500 éllel



$$W(x,y)=1/2$$



Növekedő egyenletes
bekötésű gráf
200 csúccsal, 2500 éllel



$$W(x, y) = 1 - \max(x, y)$$

Milyen tulajdonságokat, paramétereket tükröz a limesz?

$$\text{élsűrűség} \quad \int_0^1 \int_0^1 W(x, y) dx dy$$

$$\Delta\text{-sűrűség} \quad \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 W(x, y) W(y, z) W(x, z) dx dy dz$$